A 9. típusú feladatok elmélete

Testek, térfogat, felszín

A felvételiben a 9. példában elsősorban kocka, téglatest felszíne és vagy térfogata a kérdés, de előfordult már trapéz alapú hasábbal kapcsolatos feladat is, ezért egy kicsit bővebben gyűjteném itt össze a tudnivalókat, képleteket.

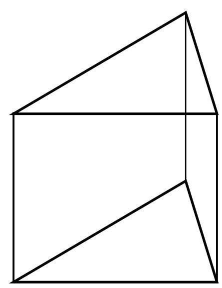
A térrészek felületekkel való körülhatárolása testeket eredményez. Ha a testeket sokszögekkel határoljuk, poliédereket kapunk. Ekkor a sokszögeket lapoknak nevezzük, amelyek élekben, az élek csúcsokban találkoznak. (Kocka, téglatest, gúla, hasáb)

Háló: A test határoló felületei síkban kiterítve, azaz a test „szabásmintája", papírból kivágva meghajtogathatjuk belőle a testet.

Felszín: A határoló lapok területének összege. Jele: *A*. Másképpen a test kiterített hálójának területe adja a test felszínét. (Amennyiben létezik ilyen háló. Egyedül a gömbnek nincs azok közül a testek közül, amelyek ebben a körben előfordulhatnak.)
Mértékegysége éppen ezért megegyezik a terület mértékegységével (ami lehet négyzetméter, négyzetdeciméter, négyzetcentiméter … stb.).

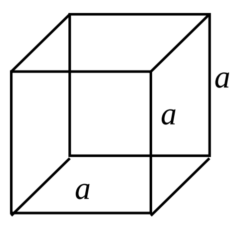
Térfogat: mérőszáma azt mutatja meg, hogy hány egységélű kocka fér bele a testbe hézag és átfedés nélkül, de átdarabolást megengedve. Jele: *V*. Mértékegysége lehet a köbcentiméter, köbdeciméter, köbméter… stb.

1. Egyenes hasáb: Olyan test, amelynek két lapja egymással párhuzamos és egybevágó sokszög (ezek az alaplapok), a többi lapja téglalap (ezek az oldallapok).
<u>Tulajdonságai:</u>
• Annyi oldallapja van, ahány oldalú az alaplap.
• Az alaplapot határoló élek az alapélek, a többi él az oldalél.
• Az oldalélek egyenlő hosszúak és merőlegesek az alapra.
• Az alaplapok távolsága a testmagasság, jele M.
• Az oldalélek a testmagassággal (*M*) egyenlő hosszúak.
• Az oldallapok összességét palástnak nevezzük.

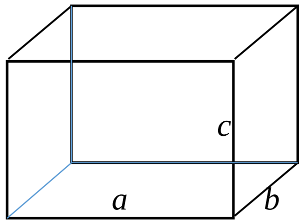


$$T_{palást} = K_{alap} \cdot M$$
$$A = 2 \cdot T_{alap} + T_{palást}$$
$$V = T_{alap} \cdot M$$

2. Kocka: hatoldalú szabályos test.
Tulajdonságai:
• Speciális hasáb, ezért a hasáb minden tulajdonságát örökli.
• 6 egybevágó négyzetlap határolja, 12 egyenlő hosszú éle van, és 8 csúcsa.



$$A = 6 \cdot a^2$$
(*a* az éleket jelöli)
$$V = a^3$$

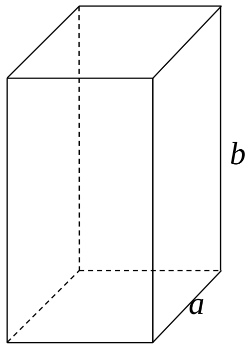


3. Téglatest: Olyan hasáb, amelynek alaplapjai téglalapok.
<u>Tulajdonságai</u>:
- Speciális hasáb, a hasáb minden tulajdonsága igaz rá.
- 6 db téglalap határolja, melyek közül a szemköztiek egybevágóak.
- 12 éle van melyből $4-4$ egyenlő hosszú (3 különböző hosszúságú éle van).
- 8 csúcsa van.

$$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

(a, b, c, a különbözı élek hossza)

$$V = a \cdot b \cdot c$$



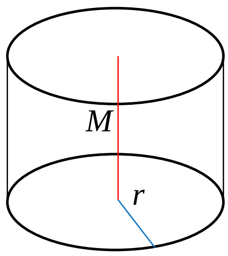
4. Négyzetes oszlop: Olyan hasáb, amelynek alaplapja négyzet.
<u>Tulajdonságai</u>:
- Speciális hasáb.
- Oldallapjai egybevágó téglalapok.

$$A = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot b$$

(a az alapélek, b az oldalélek hossza)

$$V = a^2 \cdot b$$

5. Egyenes körhenger vagy forgáshenger: Többféleképpen szokás származtatni.
Például egy térbeli egyenes egy hengerfelületet súrol, ha egy vele párhuzamos egyenes körül 360°-kal elforgatjuk. Ha ezt a felületet két, a tengelyre merőleges síkkal elmetsszük, akkor a két metsző sík és a hengerfelület síkok közé eső része egy véges testet határol, amelyet egyenes hengernek nevezünk.
Másképp: Ha egy téglalapot egyik éle mentén 360°-kal elforgatunk akkor egy egyenes körhengert kapunk.
Vagy: Ha egy körvonal minden pontján a körvonal síkjára merőleges egyeneseket állítunk, akkor az egyenesek egy hengerfelületet határolnak. (az egyeneseket a henger alkotóinak nevezzük.)



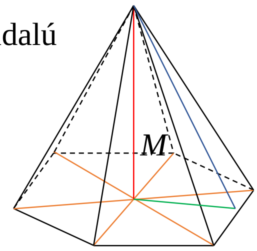
<u>Tulajdonságai</u>:
- Két egybevágó körlap (alaplapok) és egy téglalap határolja (palást).
- Az alkotók merőlegesek az alapra.
- Az alaplapok távolsága a henger magassága.

(r az alapkör sugara, M a testmagasság)

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot M$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot M$$

6. Gúla: A gúlát egy sokszög és annyi háromszög határolja, ahány oldalú a sokszög.



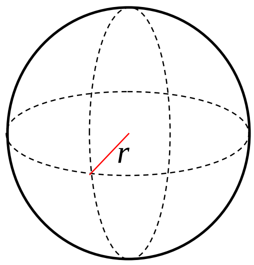
Tulajdonságai:

• A sokszög a gúla alaplapja, a háromszögek az oldallapok.
• Az alaplapot határoló élek az alapélek, a többi él az oldalél.
• Az oldalélek egy pontban találkoznak, ez a gúla csúcspontja.
• Az oldallapok alkotják a palástot.
• A gúla magassága a csúcspont és az alaplap távolsága, azaz a csúcspontból az alaplapra bocsátott merőleges szakasz.
• Ha az alaplap szabályos sokszög, és a magasság talppontja az alaplap köré írható körének középpontjában van, akkor a gúlát szabályos gúlának nevezzük.
• A háromoldalú szabályos gúla (4 db szabályos háromszög határolja) a tetraéder
(4 oldalú szabályos test).

$$A = T_{alap} + T_{palást}$$
$$V = \frac{T_{alap} \cdot M}{3}$$

7. Gömb: Adott ponttól adott távolságra levő pontok halmaza a térben gömbfelületet alkot. Ennek a testnek nincs hálója, felszínének és térfogatának képletét magasabb matematikai ismeretek segítségével fedezték fel

$$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$
$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$$



A feladatok megoldásánál figyelmesen járj el, terítsd ki síkba a kapott testet, képzeld el a másik oldalát is, ami a kapott rajzon nem látszódik. Én most a nemlátható éleket is berajzoltam, de a feladatlapon nem lesznek ott.
Az EduBase oldalon ezekhez is találsz megfelelő feladatokat. Érdemes többször is megoldani azokat, mert szintén paraméteres, azaz mindig más számokkal adja meg a feladatokat, és 15 feladatból csak random 4-et ad ki egyszerre.

https://www.edubase.net/coupon/YrA8Z1VaY1Gs38xu

Jó munkát! ☺