

## A 9. típusú feladatok elmélete

### Testek, térfogat, felszín

A felvételiben a 9. példában elsősorban kocka, téglatest felszíne és vagy térfogata a kérdés, de előfordult már trapéz alapú hasábbal kapcsolatos feladat is, ezért egy kicsit bővebben gyűjténém itt össze a tudnivalókat, képleteket.

A térrészek felületekkel való körülhatárolása testeket eredményez. Ha a testeket sokszögekkel határoljuk, poliédereket kapunk. Ekkor a sokszögeket lapoknak nevezzük, amelyek élekben, az élek csúcspontokban találkoznak. (Kocka, téglatest, gúla, hasáb)

**Háló:** A test határoló felületei síkban kiterítve, azaz a test „szabásmintája”, papírból kivágva meghajtogathatjuk belőle a testet.

**Felszín:** A határoló lapok területének összege. Jele:  $A$ . Másképpen a test kiterített hálójának területe adja a test felszínét. (Amennyiben létezik ilyen háló. Egyedül a gömbnek nincs azok közül a testek közül, amelyek ebben a körben előfordulhatnak.)

Mértékegysége éppen ezért megegyezik a terület mértékegységével (ami lehet négyzetméter, négyzetdeciméter, négyzetcentiméter ... stb.).

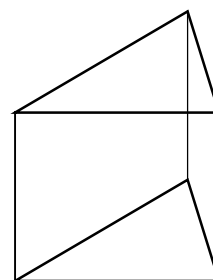
**Térfogat:** mérőszáma azt mutatja meg, hogy hány egységélű kocka fér bele a testbe hézag és átfedés nélkül, de átdarabolást megengedve. Jele:  $V$ . Mértékegysége lehet a köbcentiméter, köbdeciméter, köbméter... stb.

**1. Egyenes hasáb:** Olyan test, amelynek két lapja egymással párhuzamos és egybevágó sokszög (ezek az alaplapok), a többi lapja téglalap (ezek az oldallapok).

Tulajdonságai:

- Annyi oldallapja van, ahány oldalú az alaplap.
- Az alaplapot határoló élek az alapélek, a többi él az oldalél.
- Az oldalélek egyenlő hosszúak és merőlegesek az alagra.
- Az alaplapok távolsága a testmagasság, jele  $M$ .
- Az oldalélek a testmagassággal ( $M$ ) egyenlő hosszúak.
- Az oldallapok összességét palástnak nevezzük.

$$\begin{aligned}T_{\text{palást}} &= K_{\text{alap}} \cdot M \\A &= 2 \cdot T_{\text{alap}} + T_{\text{palást}} \\V &= T_{\text{alap}} \cdot M\end{aligned}$$



**2. Kocka:** hatoldalú szabályos test.

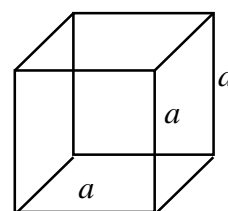
Tulajdonságai:

- Speciális hasáb, ezért a hasáb minden tulajdonságát örökli.
- 6 egybevágó négyzetlap határolja, 12 egyenlő hosszú éle van, és 8 csúcsa.

$$A = 6 \cdot a^2$$

( $a$  az éleket jelöli)

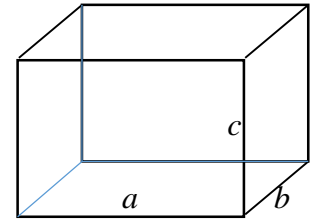
$$V = a^3$$



**3. Téglatest:** Olyan hasáb, amelynek alaplapjai téglalapok.

Tulajdonságai:

- Speciális hasáb, a hasáb minden tulajdonsága igaz rá.
- 6 db téglalap határolja, melyek közül a szemköztiek egybevágók.
- 12 éle van melyből 4 – 4 egyenlő hosszú (3 különböző hosszúságú éle van).
- 8 csúcsa van.



$$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

( $a, b, c$ , a különböző élek hossza)

$$V = a \cdot b \cdot c$$

**4. Négyzetes oszlop:** Olyan hasáb, amelynek alaplapja négyzet.

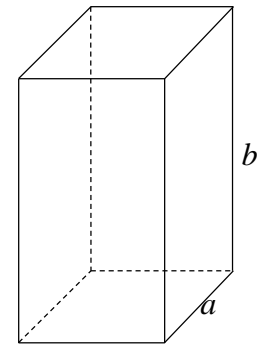
Tulajdonságai:

- Speciális hasáb.
- Oldallapjai egybevágó téglalapok.

$$A = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot b$$

( $a$  az alapélek,  $b$  az oldalélek hossza)

$$V = a^2 \cdot b$$



**5. Egyenes körhenger vagy forgáshenger:** Többféleképpen szokás származtatni.

Például egy térbeli egyenes egy hengerfelületet sűrol, ha egy vele párhuzamos egyenes körül  $360^\circ$ -kal elforgatjuk. Ha ezt a felületet két, a tengelyre merőleges síkkal elmetsszük, akkor a két metsző sík és a hengerfelület síkok közé eső része egy véges testet határol, amelyet egyenes hengernek nevezünk.

Másképp: Ha egy téglalapot egyik éle mentén  $360^\circ$ -kal elforgatunk akkor egy egyenes körhengert kapunk.

Vagy: Ha egy körvonal minden pontján a körvonal síkjára merőleges egyeneseket állítunk, akkor az egyenesek egy hengerfelületet határolnak. (az egyeneseket a henger alkotóinak nevezük.)

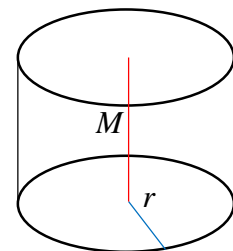
Tulajdonságai:

- Két egybevágó körlap (alaplapok) és egy téglalap határolja (palást).
- Az alkotók merőlegesek az alapra.
- Az alaplapok távolsága a henger magassága.

( $r$  az alapkör sugara,  $M$  a testmagasság)

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot M$$

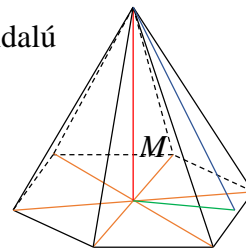
$$V = r^2 \cdot \pi \cdot M$$



**6. Gúla:** A gúlát egy sokszög és annyi háromszög határolja, ahány oldalú a sokszög.

Tulajdonságai:

- A sokszög a gúla alaplapja, a háromszögek az oldallapok.
- Az alaplapot határoló élek az alapélek, a többi él az oldalél.
- Az oldalélek egy pontban találkoznak, ez a gúla csúcspontja.
- Az oldallapok alkotják a palástot.
- A gúla magassága a csúcspont és az alaplap távolsága, azaz a csúcspontból az alaplapra bocsátott merőleges szakasz.
- Ha az alaplap szabályos sokszög, és a magasság talppontja az alaplap köré írható körének középpontjában van, akkor a gúlát szabályos gúlának nevezzük.
- A háromoldalú szabályos gúla (4 db szabályos háromszög határolja) a tetraéder (4 oldalú szabályos test).



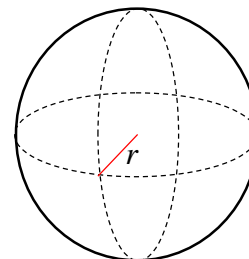
$$A = T_{\text{alap}} + T_{\text{palást}}$$

$$V = \frac{T_{\text{alap}} \cdot M}{3}$$

**7. Gömb:** Adott ponttól adott távolságra levő pontok halmaza a térben gömbfelületet alkot. Ennek a testnek nincs hálója, felszínének és térfogatának képletét magasabb matematikai ismeretek segítségével fedezték fel

$$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$$



A feladatok megoldásánál figyelmesen járj el, terítsd ki síkba a kapott testet, képzelj el a másik oldalát is, ami a kapott rajzon nem látszódik. Én most a nemlátható éleket is berajzoltam, de a feladatlapon nem lesznek ott.

Az EduBase oldalon ezekhez is találsz megfelelő feladatokat. Érdekes többször is megoldani azokat, mert szintén paraméteres, azaz mindig más számokkal adja meg a feladatokat, és 40 feladatból csak random 4-et ad ki egyszerre.

<https://www.edubase.net/coupon/YrA8Z1VaY1Gs38xu>

Jó munkát! 😊